

Prüfungsgeschichte Diskrete Mathematik

Jesko Hüttenhain

25.08.2009

1 Rahmen und Umstände

Diese kleine Kurzgeschichte handelt von meiner Diplomprüfung im Bereich angewandte Mathematik, welche ich im Fach Diskrete Mathematik verbucht habe. Hier zunächst mal ein kurzer Überblick.

Prüfer. Herr Korte mit Beisitzer Jens Maßberg.

Note. Ich habe mir eine 1.0 eingefangen.

Thema. Die Vorlesungen Diskrete Mathematik 1 und 2 waren offizieller Prüfungsstoff.

Diese Vorlesungen existieren schon zum Zeitpunkt der Erstellung dieses Dokuments in dieser Form nicht mehr, daher eine kurze Erläuterung: Die beiden Semester zusammen entsprachen den Kapiteln 2, 6-10, 15-18 und 13 aus dem Buch *Combinatorial Optimization* von Korte und Vygen. Meine Erfahrung bestätigt allerdings, dass Herr Korte in erster Linie über ein vom Prüfling frei wählbares Einstiegsthema prüft, in meinem Fall *Netzwerkflüsse* (Kapitel 8).

Location und Atmosphäre. Die Prüfung fand in Herrn Kortes Büro statt, die Atmosphäre war sehr entspannt. Herr Korte saß an seinem Schreibtisch, Jens auf einem Stuhl davor. Ich stand während der gesamten Prüfung an einem Whiteboard und durfte mehr oder weniger frei vortragen.

Dauer. Die Prüfung dauerte mit einer halben Stunde nicht besonders lang.

Zusammenfassung. Ich habe mich um Planarität gedrückt, für Ford-Fulkerson und Edmonds-Karp Korrektheit und Laufzeit bewiesen, und zuguterletzt die Korrektheit von Kruskal gezeigt. Das war auch schon alles.

2 Die Prüfung

2.1 Auftakt

Ich betrat das Büro und drückte dem Chef meine Prüfungstüte in die Hand, begleitet von ein paar ungeschickten Worten über Prüfungen und Tüten. Er

meinte beruhigend, den Beisitzer kenne ich wohl, was ich mit einem Lächeln bejahen konnte. Sogleich schritt er dann zu einem imposanten Wandgemälde in seinem Büro. Zu meinem Erstaunen klappte er es zur Seite, um das dahinter verborgene Whiteboard zu enthüllen. Er hatte im Schrank daneben ungefähr ein halbes Dutzend Stifte, von denen "mindestens einer schreiben müsste."

Nun fing die Prüfung auch schon an, ohne dass ich es gemerkt hätte. Ich sei ja Tutor gewesen im letzten Semester, stellte Herr Korte ganz unverbindlich fest. Ich brabbelte irgendetwas Angemessenes, aber der Chef wollte auf etwas Konkretes hinaus: Ob ich denn mit meinen Studenten auch Kuratowski gemacht hätte. Schlug ein wie ein Blitz, aber ich stand sowieso schon unter Strom: Planarität war so ziemlich das einzige, was ich mir nicht wirklich angesehen hatte. Also, Flucht nach vorn. "Klar!", meinte ich etwa halb so selbstsicher, wie ich vorgehabt hatte. Herr Korte fragte dann, ob er mich denn was dazu fragen sollte, und ich schüttelte heftig den Kopf. Er war sichtlich enttäuscht: "Dann sagen sie jetzt vermutlich Netzwerkflüsse oder Matchings und ich kann in meinem Stuhl eine Runde schlafen, ja?" Mit einem verzweifelten Lachen gestand ich ein, dass ich genau das vorhabe.

2.2 Ford-Fulkerson

Der große Mann zauberte ein verzeihendes Schmunzeln auf seine zerfurchten Lippen und gebot mir alsdann, mit den Netzwerken anzufangen. "Aber straffen sie es etwas, damit ich hier nicht ins Koma falle.", ergänzte er noch.

Ich fing an, frei von der Leber weg zu erzählen. Ich ließ die meisten Definitionen weg und erklärte nur kurz, warum Rückwärts- und Residualgraph gute Begriffe sind, um über augmentierende Pfade reden zu können. Ich meinte weiter, dass es Anlass zu einem sehr intuitiven Algorithmus gäbe, wenn $\#f$ – augmentierender pfad $\Leftrightarrow f$ optimal gelte. "Und das wollen sie jetzt beweisen.", fragte er feststellend. Natürlich wollte ich, ist nämlich total einfach.

Als ich das erfolgreich hinter mich gebracht hatte, riss ich Ford-Fulkerson kurz an und bemerkte sofort selbstständig, dass er nur für ganzzahlige Kapazitäten überhaupt immer terminiert und selbst dann exponentiell laufen kann. Hier wollte er dann etwas genauer wissen, wie die exponentielle Laufzeit zustande kommt, also wurde kurz das Beispiel aus der gelben Bibel gemalt und erläutert¹.

2.3 Edmonds-Karp

"Aber das kann man jetzt doch noch alles irgendwie retten.", leitete Herr Korte über, zum zweiteinfachsten Algorithmus im Buch. Also spielte ich den Ball weiter und postulierte, wir sollen ab jetzt immer nur kürzeste, augmentierende Wege beschreiten und es damit auf immerhin polynomielle $\mathcal{O}(m^2n)$ schaffen. An dieser Stelle fragte er ganz bedeutungsschwanger, wie man das denn zeige. Ich meinte schüchtern, dass wir dafür ein kleines technisches Lemma brauchen. Das

¹Siehe Abbildung 8.1 in *Combinatorial Optimization*, 4th edition.

wollte er sehen, also habe ich es vorgeführt und das Resultat über die Laufzeit dann mündlich zusammengefasst. Das schien ihn zufrieden zu stellen.

2.4 Kruskal

Zu diesem Zeitpunkt war ich schon voller Vorfreude, denn ich wollte ja so gerne den Laufzeit- und Korrektheitsbeweis für Push-Relabel vortanzen. Aber das wollte er nicht: "Eigentlich käme ja jetzt Goldberg-Tarjan, aber ich will doch lieber mal was sehen, worauf sich der Herr Hüttenhain nicht so sorgfältig vorbereitet hat."

Da ich jedoch auf alles (außer Planarität) recht solide vorbereitet war, blieb ich ganz gelassen. "Wie zeigt man denn die Korrektheit von Kruskal?", lautete das milde Urteil. Etwas kess warf ich ihm erst mal an den Kopf, dass man das ja ganz geschickt über Matroide zeigen könnte. Er fiel auf meine Finte herein und war schon sichtlich resigniert, als er meinte: "Dann kommen wir wohl jetzt zu Matroiden, ja?"

Mir war aber schon klar, dass er gerne etwas elementar-anschauliches haben wollte. Also half ich ihm ein bisschen und meinte, dass ich das auch zu Fuß versuchen könnte. Er ließ mir die Wahl, ermutigte mich aber noch mit den Worten: "Wir wissen ja, dass sie den Weg zu Fuß nicht vorbereitet haben, also sind wir Ihnen nicht böse, wenn es hier und da mal etwas länger dauert."

Also bewies ich ihm die Optimalitätsbedingungen für Spanning Trees, und er war sichtlich erfreut. Über Kruskal haben wir dann gar nicht mehr geredet. Ich denke, uns war beiden klar, wie das daraus folgt.

2.5 Happy End

Herr Korte blickte verträumt auf seine Uhr und meinte, es wäre ja schon eine halbe Stunde um und Herr Maßberg habe auch "schon über die Hälfte des Protokolls ausgefüllt." Damit war die Prüfung dann vorbei, über die Note wurde nicht mal beraten.

3 Bemerkungen

Herr Korte hat wenige Fragen gestellt, da ich viel eigenständig geredet habe. Ich denke, es ist grundsätzlich eine gute Strategie, selbst die Initiative zu ergreifen, wenn er einem die Möglichkeit gibt. Ich habe das Gefühl, Herr Korte schätzt es sehr, wenn der Prüfling ganz selbstbewusst und aktiv zeigt, was er kann.

Man sollte auf jeden Fall ein Einstiegsthema ausführlich vorbereiten. Wenn man es dann gut beherrscht, muss es auch nicht ausgefallen sein. Ich schätze, dass der Korrektheitsbeweis für Kruskal reine Kür war und man schon mit einem gelungenen Einstiegsthema allein seine Schäfchen ins Trockene bringen kann.