

Lineare Algebra Vordiplomprüfung

Benjamin Bolten

October 2, 2007

- Professor Schröer
- Datum: 2/10/2007
- Prüfungsstoff: LA 1,2

1 Prüfung

Die Prüfung fing damit an, dass Prof. Schröer folgenden Endomorphismus anschrieb $f : R^3 \rightarrow R^3; (a, b, c) \mapsto (a-b, c, c-b)$ dazu sollte dann die Koordinatenmatrix bzgl. der Kanonischen Basis angegeben werden. Prof schrieb dann noch eine zweite Basis an und wollte dann wissen, wie der Basiswechsel funktioniert. Hab ich ihm erklärt, dann fragte er mich wie ich denn die Matrix invertieren würde. Hab ihm das Verfahren mit der Einheitsmatrix erklärt, wo man neben die Matrix die Einheitsmatrix schreibt und dann Spalten-/Zeilenumformungen bei beiden Matrizen gleichzeitig durchführt bis die zu invertierende Matrix auf die Einheitsmatrix gebracht ist. Dann fragte er, ob es noch ein anderes Verfahren gibt...hab ein bisschen überlegt. Fragte ihn, ob er das mit der Determinante meint. Ja,leider! Wusste nicht genau wie es geht.(Cramer'sche Regel: $a_{ij} = (-1)^{i+j} \det(A_{ij})$ und das ganze mit $\frac{1}{\det(A)}$ normieren). Dann wollte er noch wissen,wie ich die Determinante ausrechne und wie die Leibnizformel geht. Danach ging es weiter mit Definition von χ_f . Er wollte nur wissen ob es wohldefiniert ist,aber nicht den Beweis sehen... Dann wollte er wissen, wann ein Endomorphismus diagonalisierbar ist. Habe ihm das Verfahren genannt: f diagbar $\iff \mu_f$ zerfällt in Linearfaktoren. Danach wollte er natürlich wissen,was denn μ_f sei und ob es immer existieren würde. Habe gesagt wegen dem Satz von Caley-Hamilton(auch hier keinen Beweis) wäre der Annulator von f nicht leer. Also ist das normierte Polynom μ_f vom minimalen Grad eindeutig bestimmt. damit war er auch schon zufrieden. Dann hat er nach einer Matrix gefragt,wo das char. Polynom Grad 5 hat und das Minimalpolynom Grad 4

hat. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ Danach fragte er mich seine Lieblingsfrage, wenn

V ein Vektorraum ist und U, W Unterräume, wie man eine Basis von $U \cap W$ berechnet...homogenes LGS aufstellen und Kern berechnen. Dann fragte er nach Eigenschaften vom LGS: Variablen= $\dim(U)+\dim(W)$, Gleichungen= $\dim(V)$. Er fragte auch noch was man macht wenn $\dim(V)=\infty$. Hab ich nicht gewusst, aber

irgendwie ist das auch nicht beantwortet wurden. Er hat dann noch nach dem Dualraum gefragt und wie die Basis definiert ist. Danach fragte er noch ob man immer einen Homomorphismus finden kann der von V nach W geht und $v_1 \mapsto w_1, v_2 \mapsto w_2$. Wenn v_1, v_2 linear unabhängig sind geht, das natürlich: Basisergänzungssatz und den Homomorphismus über die Bilder der Basis definieren. falls v_1, v_2 linear abhängig sind müssen w_1, w_2 mit dem gleichen Skalar abhängig sein.

So das war es. Euch viel Spass und Erfolg.