

1 Einleitung

Datum: 17.8.07, 14:00 Uhr
Prüfer: Prof. R. Krause
Beisitzer: Konstantin „Max“ Fackeldey
Thema: Prama I+II
Prüfungsdauer: 25 Minuten
Note: 1,0

2 Verlauf

Das Ganze begann recht pünktlich, vielleicht zu früh, jedenfalls direkt nach Rebekkas sehr langer Prüfung vorher, verzögert durch einen Anruf von Frau Ayding. Übrigens wurde Krause mitten in der Prüfung noch mal angerufen – ich bade meine Hände in Unschuld, hab keine Telefonterroristen engagiert :-)

- Mein Einstiegsthema war die Romberg-Quadratur. Krause begann die Prüfung mit dem Satz: „Na dann quadrieren Sie mal!“, was mich schon mal aus dem Konzept warf, weil ich mit direkten Fragen gerechnet hatte.
Ich fing dann bei Adam und Eva an und erzählte, dass es sich um ein Verfahren zur numerischen Berechnung von Integralen handelt und dass man zunächst das Integral mit Trapezsummen $T(h_j)$ zu Schrittweiten h_j approximiert und dann $T(0)$ mittels Polynominterpolation (... extrapolation, auf die Feinheit legt er Wert) berechnet. Ich sollte das Romberg-Tableau hinschreiben (verändertes Aitken-Neville, eigentlich wird die Funktion $T(\sqrt{h})$ betrachtet wegen asymptotischer Entwicklung (wozu er noch hören wollte, dass sie aus Euler-MacLaurin folgt) und so... ich hab mich ziemlich verindiziert, aber was solls.)
Er fragte dann nach der Fehlerabschätzung für die Trapezsumme ($\frac{1}{12}(b-a)h^2 \|f''\|$), nach der Beweisidee (Fehlerabschätzung für lineare Interpolierende, ω_{n+1} integrieren, aufsummieren, eine Ordnung geht verloren) sowie danach, warum man nicht einfach die Trapezsumme nimmt (aus der asymptotischen Entwicklung folgt $|\tau_{n+1}| \prod_{j=0}^n h_j^2 + C(f) \sum_{j=0}^n h_j^{2n+4} L_j(0)$, also Ordnung $2n+2$ im Gegensatz zu 2 bei Trapezsumme, der Mehraufwand ist vernachlässigbar). Zum Schluß fragte er, ob die Integrandfunktion dafür „irgendwas können“ müsse (muss hinreichend glatt, nämlich $\in C^{2n+4}$ sein). Zu meinem Erstaunen gab es keine Fragen zu adaptiver Quadratur.
- Dann kamen die unausweichlichen Finiten Elemente. Ich war vorgewarnt (meine Prüfung war am Nachmittag des letzten von 3 Prüfungstagen hintereinander) und dementsprechend gut vorbereitet. Er fragte nach dem Beweisablauf der Fehlerabschätzung (wegen Céa brauchen wir nur $\|u - I_h u\|_{H^1}$ abzuschätzen, Lokalisierung, $\|u - I_h u\|_{H^1} \leq h^{-1} \left\| \hat{u} - \hat{I}_h u \right\|_{H^1} \leq Ch^{-1} \|\hat{u}''\|_{L^2} \leq Ch^2 \|u''\|_{L^2}$). Außerdem wollte er die Definition des H_0^1 wissen und, damit zusammenhängend,

was der Spuroperator ist und was der Kern davon (eben der H_0^1 , hier hab ich die Frage zuerst falsch verstanden und sie auf den L^2 bezogen statt auf den H^1).

- Mäxchen sollte dann ein Thema vorschlagen und kam mit Mantissen (ok...), ich sollte also erzählen, wie ne Gleitkommazahl aufgebaut ist (Vorzeichenbit, Exponent, Mantisse), warum braucht der Exponent kein eigenes VZB (Bias), warum macht man's nicht trotzdem mit VZB (weiß ich auch nicht so genau, aber bei der rechnerinternen Multiplikation ist es bestimmt einfacher so) genauer Aufbau einer Double-Zahl (1 VZB, 11 Bit Exponent und „nach Adam Riese 52 Bit Mantisse“)
- Weiter sollte ich n Beispiel für Auslöschung konstruieren ($0,12345678\dots - 0,12345578\dots = 0,00000100\dots = 0,100\dots * 10^{-5}$ in (pseudo)normalisierter Darstellung, der relative Fehler nimmt zu). Warum kann ich nicht einfach bei ... mit Nullen auffüllen (klar kann ich das, aber das ändert nix am relativen Fehler, der Eingabefehler ist nun mal da) und ist die Gleitkomma-subtraktion bei Auslöschung stabil? (Ja, nur die relative Kondition ist im Arsch, aber das ist des Problems Problem.)
- Anschließend sollte ich ne Zahl zwischen 1 und 100 sagen, 63 war in Krauses Skript offenbar die kubische Splinefehlerabschätzung, die ich beweisen sollte – ein Thema, in dem ich schlecht vorbereitet war. Die Abschätzung selbst ging gut ($\frac{1}{16}h^4 \|f^{(4)}\|$), aber den Beweis konnte ich nur halb und bin ordentlich geschwommen. In Anbetracht der Endnote nehme ich an, dass ich hier durch sicheres Auftreten bei völliger Ahnungslosigkeit gegläntzt habe. Mich würde interessieren, was für eine Teufelei auf Seite 42 gestanden hätte.

Im Weiteren ohne Gewähr für die Reihenfolge:

- Normalengleichung (${}^tAAx = {}^tAB$), wie löst man die (QR-Zerlegung von A), weitere direkte Löser (LR, Cholesky), warum verwendet man die nicht (müsste man tAA berechnen, was nen Aufwand von n^3 mit sich bringt, außerdem $\kappa_2({}^tAA) = \kappa_2^2(A)$).
- Das führt uns dazu, wie denn überhaupt die Kondition einer Rechteckmatrix definiert ist. $\kappa(A) = \frac{\max \frac{Ax}{x}}{\min \frac{Ax}{x}}$ tut es, ich hab inf und sup geschrieben, was im endlichdimensionalen Fall egal ist.
- Lösungsverfahren für nichtlineare Gleichungssysteme: Banachiteration, Newton. Beweisidee für Picard-Lindelöf (Banachscher FPS - das wusste ich nur, weil er das am Vortag schon gefragt hat).
- Fouriertransformierte der Deltadistribution. „Die ist Eins“ laut Krause. Warum auch immer, jedenfalls kommt der Integraloperator raus ($\hat{\delta}(f) = \delta(\hat{f}) = \hat{f}(0) = \int_{\mathbb{R}^n} f(x)e^{0x} dx = I(f)$). Hier hab ich erst ein wenig gehangen, wusste nicht so recht, wie man rangeht. Er fragte dann, wie denn die Fouriertransformierte einer temperierten Distribution definiert ist, ab da ging es.

- Newtonpfad - Definition, Graph von $f(\bar{x}(\lambda))$ (linear, $f(x_k)$ bei 0, 0 bei 1).

Diesmal lief die Notenvergabe nicht so wortlos ab wie vorher bei Schröder, er wollte mich noch auf die dunkle Seite ziehen ;-). Ich hab dann auf seine Frage nach meinen Plänen fürs Hauptstudium schön höflich ausweichend geantwortet, muss ja nicht wissen, dass ich kein Wissrech hören will :-)

3 Gesamteindruck

Die Fragen waren alle lösbar, wirkten aber sehr beliebig. Ein wenig sauer aufgestoßen ist mir die Picard-Lindelöf-Frage, weil das kein Pramastoff ist und wir ODEs eigentlich nur angeschnitten haben. Alle anderen Fragen waren eine Sache der Vorbereitung, wobei Krause hier sehr detailverliebt ist.

Es wurde kreuz und quer und recht zusammenhanglos gefragt, man merkt, dass er alles abdecken wollte (vor allem sein finites elementares Steckenpferd. . . Alle Themen sind gleich, aber manche sind gleicher ;-)). Im Übrigen kann der Ablauf bei ihm auch von Prüfung zu Prüfung stark variieren, siehe Arnes Protokoll.

Die Atmosphäre war entspannt und die Prüfer freundlich, da kann man sich nicht beklagen.

Also: GL HF und „Don't Panic!“ ;-)