

Prüfungsprotokoll Diplomprüfung Topologie 1,2

Prüfer: Prof. Hornbostel

Beisitzer: G.Gaudens

16.10.2008

1 Mengentheoretische Topologie

- Definition: Kompaktheit
Beispiel für einen nicht kompakten Raum: \mathcal{R}^n
nicht kompakter Raum $\mathcal{I} = [0; 1]$ mit Beweis

2 Algebraische Topologie

- Def.: Fundamentalgruppe, Äquivalenzrelation f ist homotop zu g erklären, Definition von Homotopie
Wann sind 2 Abb. homotop?
- Was ist eine Homotopieäquivalenz? Zusammenhang mit Fundamentalgruppe:
Beispiel für zwei Räume die isomorphe Fundamentalgruppen haben, aber nicht homotopieäquivalent sind
→ \mathcal{R}^n, S^n
- Von welchem Raum kennen Sie die Fundamentalgruppe? → S^1
Wie lautet der Isomorphismus zwischen dieser Fundamentalgruppe und \mathcal{Z}
injektiv und surjektiv zeigen
- Wie ist singuläre Homologie definiert? → Funktorkette angeben und jeden Funtor erklären
Wie genau ist jetzt Homologie definiert? → $H_n = \frac{\text{kern}(d_n)}{\text{im}(d_{n+1})}$
- Homologie vom Punkt ausrechnen
- Was gibt es noch für Arten von Homologie?
→ simpliziale und zelluläre
- Wie lautet die Homologie der Spheren? Beweiseidee → Mayer-Vietoris
- Zusammenhang Homologie und homotopieäquivalent?
→ Lemma über Kettenhomotopie

→ Beweisansatz der Konstruktion der Kettenhomotopie zwischen i_0^X und i_1^X

- Anwendungen der Homologie: Invarianz der Dimension, Brousch'scher Fixpunktsatz, Satz vom Igel (mit Beweis, dazu auch Abbildungsgrad definieren, Def. Fundamentalklasse, eindeutig?)
- Beweis zum Zusammenhang Wegzusammenhangskomponenten und Homologiegruppen
- 0. Homologiegruppe von einem wegzusammenhängenden Raum mit Beweis
- Zusammenhang Fundamentalgruppe und 1. Homologiegruppe ohne Beweis
- Homologie mit Koeffizienten in einem kommutativen Ring R : Definition und Zusammenhang mit Koeffizienten in \mathcal{Z}
→ universelles Koeffiziententheorem
Wie ist definiert: Tor, projektive Auflösung ?
- Homologie von S^1 mit Koeffizienten in $\mathcal{Z}/2$ berechnen

Generell: Super Atmosphäre. Man hat immer genug Zeit zum nachdenken und Herr Prof. Hornbostel hilft auch immer gerne weiter falls man mal nicht direkt die Lösung weiss. Ich kann nur empfehlen die Prüfung bei ihm zumachen.